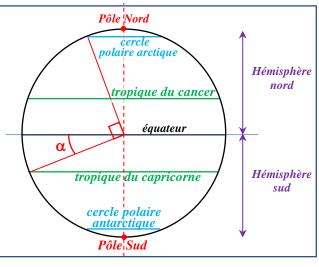
## **BLOC A: SURFACE**

## ÉNONCÉ BLOC A

On définit sur la Terre des lignes spéciales, en particulier des parallèles, auxquelles on attribue un nom spécifique comme indiqué sur le schéma, et qui présentent une symétrie des deux hémisphères par rapport au plan équatorial. La position de ces lignes est liée à l'inclinaison de l'axe des pôles sur le plan de l'écliptique (orbite terrestre). La Terre est assimilée à une sphère parfaite de rayon  $R_T$  que l'on décrira en coordonnées sphériques  $(r, \theta, \varphi)$ , l'axe (Oz) étant l'axe des pôles, orienté du Pôle Sud au pôle Nord, le point O étant le centre de la Terre. L'angle  $\alpha$  vaut  $\frac{\pi}{8}$ .



QUESTION A - 1: La surface comprise entre les deux tropiques a pour expression :

**Réponse a**:  $R_T^2 \int_{\theta=\frac{3\pi}{8}}^{\frac{5\pi}{8}} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \sin\theta . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse b**:  $R_{\rm T}^2 \int_{\theta=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{8}} \int_{\varphi=0}^{\pi} \sin\theta . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse c**:  $R_{\rm T}^2 \int_{\theta=\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{8}} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \sin\theta . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse d**:  $\int_{r=0}^{R_{\rm T}} \int_{\theta=\frac{5\pi}{2}}^{\frac{-\pi}{8}} \int_{\varphi=0}^{\pi} r. dr. \sin\theta. d\theta. d\varphi$ 

**Réponse e**:  $\int_{r=0}^{R_T} \int_{\theta=\pi}^{-\frac{\pi}{8}} \int_{\varphi=0}^{2\pi} r. dr. \sin\theta. d\theta. d\varphi$ 

**Réponse f**:  $R_T^2 \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{4}} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \sin\theta . d\theta . d\varphi$ 

QUESTION A-2: La surface comprise entre le tropique du cancer et le cercle polaire arctique a pour expression :

**Réponse a**:  $\int_{r=0}^{R_{\rm T}} \int_{\theta=\pi}^{\frac{3\pi}{8}} \int_{\varphi=0}^{\pi} r. dr. \sin\theta. d\theta. d\varphi$ 

**Réponse b**:  $R_T^2 \int_{\theta=\pi}^{\frac{3\pi}{8}} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \sin\theta . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse c**:  $R_T^2 \int_{\theta=\frac{3\pi}{8}}^{\frac{\pi}{8}} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \sin\theta . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse d**:  $R_{\rm T}^2 \int_{\theta=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{8}} \int_{\varphi=0}^{\pi} \sin\theta . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse e**:  $\int_{r=0}^{R_{\rm T}} \int_{\theta=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{8}} \int_{\varphi=0}^{2\pi} r. dr. \sin\theta. d\theta. d\varphi$ 

**Réponse f**:  $R_{\rm T}^2 \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{4}} \int_{\omega=0}^{2\pi} \sin\theta . d\theta . d\varphi$ 

**QUESTION A – 3:** La surface comprise entre les deux cercles polaires a pour expression :

**Réponse a**:  $\int_{r=0}^{R_{\rm T}} \int_{\theta=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{8}} \int_{\varphi=0}^{2\pi} r. dr. \sin\theta. d\theta. d\varphi$ 

**Réponse b**:  $\int_{r=0}^{R_{\rm T}} \int_{\theta=\frac{\pi}{2}}^{\frac{2\pi}{8}} \int_{\varphi=0}^{\pi} r. dr. \sin\theta. d\theta. d\varphi$ 

**Réponse c**:  $R_T^2 \int_{\theta=\frac{\pi}{2}}^{\frac{7\pi}{8}} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \sin\theta . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse d**:  $R_{\rm T}^2 \int_{\theta=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{8}} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \sin\theta . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse e**:  $R_{\rm T}^2 \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{4}} \int_{\phi=0}^{2\pi} \sin\theta . d\theta . d\phi$ 

**Réponse f**:  $R_{\rm T}^2 \int_{\theta=\frac{7\pi}{8}}^{\frac{\pi}{8}} \int_{\varphi=0}^{\pi} \sin\theta . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse a**:  $\int_{r=0}^{R_{\rm T}} \int_{\theta=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{8}} \int_{\varphi=0}^{\pi} r. dr. \sin\theta. d\theta. d\varphi$ 

**Réponse b**:  $R_{\rm T}^2 \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{4}} \int_{\omega=0}^{2\pi} \sin\theta . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse c**:  $R_{\rm T}^2 \int_{\theta=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{8}} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \sin\theta . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse d**:  $R_{\rm T}^2 \int_{\theta=\frac{3\pi}{2}}^{\frac{7\pi}{8}} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \sin\theta . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse e**:  $\int_{r=0}^{R_T} \int_{\theta=\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{8}} \int_{\varphi=0}^{2\pi} r. dr. \sin\theta. d\theta. d\varphi$ 

**Réponse f**:  $R_{\rm T}^2 \int_{\theta=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{7\pi}{8}} \int_{\varphi=0}^{\pi} \sin\theta . d\theta . d\varphi$ 

QUESTION A - 5: La surface comprise entre le cercle polaire antarctique et le tropique du capricorne a pour expression :

**Réponse a**:  $R_{\rm T}^2 \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{4}} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \sin\theta . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse b**:  $R_T^2 \int_{\theta=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{8}} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \sin\theta . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse c**:  $\int_{r=0}^{R_{\rm T}} \int_{\theta=\frac{5\pi}{2}}^{\frac{7\pi}{8}} \int_{\varphi=0}^{\pi} r. dr. \sin\theta. d\theta. d\varphi$ 

**Réponse d**:  $R_{\rm T}^2 \int_{\theta=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{8}} \int_{\varphi=0}^{\pi} \sin\theta . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse e**:  $R_{\rm T}^2 \int_{\theta=\frac{5\pi}{8}}^{\frac{7\pi}{8}} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \sin\theta . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse f**:  $\int_{r=0}^{R_{\rm T}} \int_{\theta=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{8}} \int_{\varphi=0}^{2\pi} r. dr. \sin\theta. d\theta. d\varphi$ 

QUESTION A – 6: La surface comprise entre le tropique du capricorne et le cercle polaire arctique a pour expression :

**Réponse a**:  $R_{\rm T}^2 \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{4}} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \sin\theta . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse b**:  $R_{\rm T}^2 \int_{\theta=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{8}} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \sin\theta . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse c**:  $R_{\rm T}^2 \int_{\theta=-\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{8}} \int_{\varphi=0}^{\pi} \sin\theta . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse d**:  $\int_{r=0}^{R_T} \int_{\theta=\frac{5\pi}{\alpha}}^{\frac{7\pi}{8}} \int_{\varphi=0}^{\pi} r. dr. sin\theta. d\theta. d\varphi$ 

**Réponse e**:  $\int_{r=0}^{R_{\rm T}} \int_{\theta=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{8}} \int_{\varphi=0}^{2\pi} r. dr. \sin\theta. d\theta. d\varphi$ 

**Réponse f**:  $R_{\rm T}^2 \int_{\theta=\frac{\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{8}} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \sin\theta . d\theta . d\varphi$ 

## **BLOC B: COORDONNEES**

# ÉNONCÉ BLOC B

On considère un champ de vecteur noté  $\vec{V}$  exprimé en coordonnées cartésiennes. Les coordonnées cylindriques sont les coordonnées habituelles notées  $(\rho, \theta, z)$ .

**QUESTION B - 1**:  $\vec{V} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \vec{e_x} + \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \vec{e_y} + \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z} \vec{e_z}$  s'écrit en coordonnées cylindriques :

**Réponse a**:  $\vec{V} = \frac{x}{\rho} \overrightarrow{e_{\rho}} + \frac{y}{\rho} \overrightarrow{e_{\theta}} + \frac{\rho}{z} \overrightarrow{e_{z}}$  **Réponse c**:  $\vec{V} = \overrightarrow{e_{\rho}} + \frac{\rho}{z} \overrightarrow{e_{z}}$ **Réponse b**:  $\vec{V} = \sin\theta \ \vec{e_{\rho}} + \cos\theta \ \vec{e_{\theta}} + tg\theta \ \vec{e_{z}}$ 

**Réponse d**:  $\vec{V} = \cos\theta \ \vec{e_{\rho}} + \sin\theta \ \vec{e_{\theta}} + \frac{\rho}{z} \ \vec{e_{z}}$ 

**QUESTION B - 2**:  $\vec{V} = \frac{-y}{x^2 + y^2} \vec{e_x} + \frac{x}{x^2 + y^2} \vec{e_y} + \frac{z}{x^2 + y^2} \vec{e_z}$  s'écrit en coordonnées cylindriques :

**Réponse b**:  $\vec{V} = \sin\theta \ \overrightarrow{e_{\rho}} + \cos\theta \ \overrightarrow{e_{\theta}} + tg\theta \ \overrightarrow{e_{z}}$ 

**Réponse a**:  $\vec{V} = \frac{x}{\rho^2} \vec{e_\rho} + \frac{y}{\rho^2} \vec{e_\theta} + \frac{z}{\rho^2} \vec{e_z}$  **Réponse c**:  $\vec{V} = \frac{\cos\theta}{\rho} \vec{e_\rho} + \frac{\sin\theta}{\rho} \vec{e_\theta} + \frac{z}{\rho^2} \vec{e_z}$ **Réponse d**:  $\vec{V} = \frac{1}{\rho} \vec{e_{\theta}} + \frac{z}{\rho^2} \vec{e_z}$ 

**QUESTION B - 3**:  $\vec{V} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \vec{e_x} + \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \vec{e_y} + \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}} \vec{e_z}$  s'écrit en coordonnées cylindriques :

**Réponse a**:  $\vec{V} = \frac{x}{\rho} \overrightarrow{e_{\rho}} + \frac{y}{\rho} \overrightarrow{e_{\theta}} + \frac{z}{\rho} \overrightarrow{e_{z}}$  **Réponse c**:  $\vec{V} = \cos\theta \ \overrightarrow{e_{\rho}} + \sin\theta \ \overrightarrow{e_{\theta}} + \frac{z}{\rho} \ \overrightarrow{e_{z}}$ **Réponse b**:  $\vec{V} = \overrightarrow{e_{\rho}} + \frac{z}{\rho} \overrightarrow{e_z}$ 

**Réponse d**:  $\vec{V} = \sin\theta \stackrel{r}{\vec{e_{\rho}}} + \cos\theta \stackrel{r}{\vec{e_{\theta}}} + tg\theta \stackrel{r}{\vec{e_{z}}} 2$ .

**QUESTION B - 4**:  $\vec{V} = \frac{x}{x^2 + v^2} \vec{e_x} + \frac{y}{x^2 + v^2} \vec{e_y} + \frac{z}{x^2 + v^2} \vec{e_z}$  s'écrit en coordonnées cylindriques :

**Réponse b**:  $\vec{V} = \sin\theta \ \vec{e_{\rho}} + \cos\theta \ \vec{e_{\theta}} + tg\theta \ \vec{e_{z}}$ 

**Réponse a**:  $\vec{V} = \frac{1}{\rho} \overrightarrow{e_{\rho}} + \frac{z}{\rho^2} \overrightarrow{e_z}$  **Réponse c**:  $\vec{V} = \frac{\cos \theta}{\rho} \overrightarrow{e_{\rho}} + \frac{\sin \theta}{\rho} \overrightarrow{e_{\theta}} + \frac{z}{\rho^2} \overrightarrow{e_z}$ **Réponse d**:  $\vec{V} = \frac{x}{\rho^2} \vec{e_\rho} + \frac{y}{\rho^2} \vec{e_\theta} + \frac{z}{\rho^2} \vec{e_z}$ 

**QUESTION B - 5:**  $\vec{V} = \frac{-y}{\sqrt{x^2+y^2}} \vec{e}_x + \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \vec{e}_y + \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{z} \vec{e}_z$  s'écrit en coordonnées cylindriques :

**Réponse a**:  $\vec{V} = \frac{x}{\rho} \overrightarrow{e_{\rho}} + \frac{y}{\rho} \overrightarrow{e_{\theta}} + \frac{\rho}{z} \overrightarrow{e_z}$ **Réponse b**:  $\vec{V} = \sin\theta \ \vec{e_0} + \cos\theta \ \vec{e_\theta} + tg\theta \ \vec{e_z}$ 

**Réponse c**:  $\vec{V} = \cos\theta \ \vec{e_\rho} + \sin\theta \ \vec{e_\theta} + \frac{\rho}{z} \ \vec{e_z}$ **Réponse d**:  $\vec{V} = \vec{e_{\theta}} + \frac{\rho}{z} \vec{e_{z}}$ 

**QUESTION B** - 6:  $\vec{V} = \frac{-x}{x^2+y^2} \vec{e_x} + \frac{-y}{x^2+y^2} \vec{e_y} + \frac{z}{x^2+y^2} \vec{e_z}$  s'écrit en coordonnées cylindriques :

**Réponse a**:  $\vec{V} = \frac{-x}{\rho^2} \vec{e_\rho} + \frac{-y}{\rho^2} \vec{e_\theta} + \frac{z}{\rho^2} \vec{e_z}$ 

**Réponse b**:  $\vec{V} = -\frac{1}{\rho} \overrightarrow{e_{\rho}} + \frac{z}{\rho^2} \overrightarrow{e_z}$  **Réponse d**:  $\vec{V} = \frac{-\cos\theta}{\rho} \overrightarrow{e_{\rho}} + \frac{-\sin\theta}{\rho} \overrightarrow{e_{\theta}} + \frac{z}{\rho^2} \overrightarrow{e_z}$ **Réponse c**:  $\vec{V} = \sin\theta \ \overrightarrow{e_{\rho}} + \cos\theta \ \overrightarrow{e_{\theta}} + tg\theta \ \overrightarrow{e_{z}}$ 

#### **BLOC C: ELEMENT DIFFERENTIEL**

### ÉNONCÉ BLOC C

On demande ici de donner l'élément différentiel pertinent pour calculer l'intégrale souhaitée. Les notations sont celles habituelles des systèmes de coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques, respectivement : (x, y, z);  $(\rho, \theta, z)$  et  $(r, \theta, \varphi)$ . O est le centre du repère.

**QUESTION C - 1**: Pour effectuer le calcul intégral de la longueur d'un fil rectiligne de longueur *L* porté par une droite passant par O, on utilise l'élément différentiel :

**Réponse a** :  $dl = dr \cdot \sin \theta \ d\theta$  **Réponse b** : dl = dr **Réponse c** :  $dl = r \cdot dr \cdot d\theta \cdot d\varphi$ **Réponse d** :  $dS = L \cdot \sin \theta \cdot d\varphi$ 

**QUESTION C - 2 :** Pour effectuer le calcul intégral de la surface d'une plaque plane perpendiculaire à l'axe (Oz) située dans le plan z = h, on utilise l'élément différentiel :

**Réponse a**: dS = h. dx. dy **Réponse b**: dS = h. dz **Réponse c**: dS = h. dx**Réponse d**: dS = dx. dy

**QUESTION C - 3**: Pour effectuer le calcul intégral de la surface latérale d'un cylindre d'axe (Oz), de hauteur *h* et de rayon *R*, on utilise l'élément différentiel :

**Réponse a**:  $dS = R.d\theta.dz$  **Réponse b**:  $dS = R.sin\theta.d\theta.dz$  **Réponse c**:  $dS = \rho.d\rho.d\theta$ **Réponse d**:  $dS = \rho.d\theta.dz$ 

**QUESTION C - 4**: Pour effectuer le calcul intégral de la surface d'un disque de centre O et de rayon *R* situé dans le plan (*x*O*y*), on utilise l'élément différentiel :

**Réponse a**:  $dS = R . d\theta . dz$  **Réponse b**:  $dS = \rho . d\rho . d\theta$  **Réponse c**:  $dS = \rho . \sin \theta d\rho . d\theta$ **Réponse d**:  $dS = d\rho . dz$ 

**QUESTION C - 5**: Pour effectuer le calcul intégral de la longueur d'un fil circulaire de centre O et de rayon *R* situé dans le plan (*x*Oy), on utilise l'élément différentiel :

**Réponse a**:  $dl = \rho . d\theta$  **Réponse b**:  $\overrightarrow{dl} = \rho . d\theta . \overrightarrow{e_{\theta}}$  **Réponse c**:  $dl = R . d\theta$ **Réponse d**:  $dl = R . sin\theta . d\theta$ 

**QUESTION C - 6**: Pour effectuer le calcul intégral de la surface d'un disque d'axe (Oz) et de rayon R situé dans le plan z = h, on utilise l'élément différentiel :

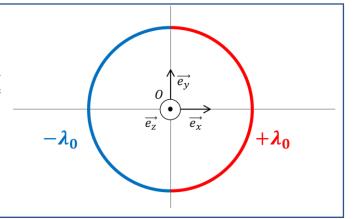
**Réponse a** :  $dS = R. d\theta. d\theta$  **Réponse b** :  $dS = \rho. d\rho. d\theta$  **Réponse c** :  $dS = h. d\rho. d\theta$ **Réponse d** :  $dS = d\rho. dz$ 

#### **BLOC D: SYMETRIES**

## ÉNONCÉ BLOC D

On considère un anneau d'axe (0z) situé dans le plan (x0y) c'est-à-dire le plan où z=0, chargé avec une densité linéique  $\lambda$  non-uniforme telle que :

$$\lambda = \begin{cases} +\lambda_0 & \text{si } x > 0 \\ -\lambda_0 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$
 avec  $\lambda_0$  une constante positive



#### **QUESTION D - 1**: Soit un point M quelconque de l'axe (Oz). On peut affirmer :

**Réponse a**: Le plan (y0z) et le plan (x0z) sont des plans de symétrie du système contenant M

**Réponse b**: Le plan (x0z) est un plan d'antisymétrie du système contenant M **Réponse c**: Le plan (y0z) est un plan de symétrie du système contenant M **Réponse d**: Le plan (y0z) est un plan d'antisymétrie du système contenant M

#### **QUESTION D - 2**: Soit un point M quelconque de l'axe (Oy). On peut affirmer:

**Réponse a**: Le plan (yOz) et le plan (xOz) sont des plans de symétrie du système contenant M

**Réponse b**: Le plan (x0z) est un plan d'antisymétrie du système contenant M **Réponse c**: Le plan (y0z) est un plan de symétrie du système contenant M **Réponse d**: Le plan (y0z) est un plan d'antisymétrie du système contenant M

#### **QUESTION D - 3**: Soit un point M quelconque de l'axe (Ox). On peut affirmer:

**Réponse a**: Le plan (z0y) et le plan (x0z) sont des plans de symétrie du système contenant M **Réponse b**: Le plan (x0y) et le plan (x0z) sont des plans de symétrie du système contenant M

**Réponse c** : Le plan (xOz) est le seul plan de symétrie du système contenant M **Réponse d** : Le plan (xOy) est le seul plan de symétrie du système contenant M

## **QUESTION D** – **4** : Soit un point M quelconque du plan (y0z). On peut affirmer :

**Réponse a**: Tous les plans contenant la droite (OM) sont des plans de symétrie **Réponse b**: Le plan (y0z) est un plan d'antisymétrie du système contenant M

**Réponse c**: Le plan contenant l'axe (Oz) et le point M est un plan de symétrie du système

**Réponse d**: Le plan (y0z) est un plan de symétrie du système contenant M

## QUESTION D – 5 : Quels sont le(s) plan(s) de symétrie du système contenant un point M quelconque du plan (xOz) ?

**Réponse a** : Tous les plans contenant la droite (*OM*)

**Réponse b**: Le plan orthogonal à l'axe (0z) et contenant M ainsi que le plan contenant l'axe (0z) et le point M

**Réponse c** : Le plan (x0z)

Réponse d: Tous les plans contenant le point M

#### QUESTION D – 6: Quels sont le(s) plan(s) de symétrie du système contenant un point M quelconque du plan (xOy)?

**Réponse a** : Tous les plans contenant la droite (OM)

Réponse b: Le plan orthogonal à l'axe (Oz) et contenant M, ainsi que le plan contenant l'axe (Oz) et le point M

**Réponse c** : Le plan (xOy)

**Réponse d**: Tous les plans contenant le point M

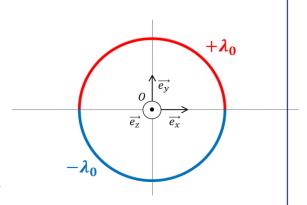
## **BLOC E: ORIENTATION**

# ÉNONCÉ BLOC E

On considère un anneau d'axe (0z) situé dans le plan (x0y) c'està-dire le plan où z=0, chargé avec une densité linéique  $\lambda$  non-uniforme telle que :

$$\lambda = \begin{cases} +\lambda_0 & \text{si } y > 0 \\ -\lambda_0 & \text{si } y < 0 \end{cases}$$
 avec  $\lambda_0$  une constante positive

On cherche à déterminer les caractéristiques du champ électrique  $\vec{E}$  créé en un point M par cette distribution en s'appuyant sur l'existence de plans de symétrie et/ou d'antisymétrie.



**QUESTION** E – 1: Quelle est l'expression de  $\vec{E}$  en un point M quelconque de l'axe (0y)?

**Réponse a**:  $\vec{E} = E_y(y)\vec{e_y}$  **Réponse b**:  $\vec{E} = E_x(y)\vec{e_x}$  **Réponse c**:  $\vec{E} = E_z(y)\vec{e_z}$ **Réponse d**:  $\vec{E} = \vec{0}$ 

**QUESTION E - 2 :** Quelle est l'expression de  $\vec{E}$  en un point M quelconque de l'axe (0z) ?

**Réponse a**:  $\vec{E} = E_y(z) \overrightarrow{e_y}$  **Réponse b**:  $\vec{E} = E_x(z) \overrightarrow{e_x}$  **Réponse c**:  $\vec{E} = E_z(z) \overrightarrow{e_z}$ **Réponse d**:  $\vec{E} = \vec{0}$ 

**QUESTION E - 3**: Quelle est l'expression de  $\vec{E}$  en un point M quelconque du plan (y0z)?

**Réponse a**:  $\vec{E} = E_x(y,z)\overrightarrow{e_x} + E_z(y,z)\overrightarrow{e_z}$  **Réponse b**:  $\vec{E} = E_y(y,z)\overrightarrow{e_y} + E_z(y,z)\overrightarrow{e_z}$  **Réponse c**:  $\vec{E} = E_x(y,z)\overrightarrow{e_x} + E_y(y,z)\overrightarrow{e_y}$ **Réponse d**:  $\vec{E} = E_y(y,z)\overrightarrow{e_y}$ 

**QUESTION E - 4**: Quelle est l'expression de  $\vec{E}$  en un point M quelconque du plan (x0z)?

**Réponse a**:  $\vec{E} = E_x(x,z)\overrightarrow{e_x} + E_z(x,z)\overrightarrow{e_z}$  **Réponse b**:  $\vec{E} = E_y(x,z)\overrightarrow{e_y} + E_z(x,z)\overrightarrow{e_z}$  **Réponse c**:  $\vec{E} = E_y(x,z)\overrightarrow{e_y}$ **Réponse d**:  $\vec{E} = E_x(x,z)\overrightarrow{e_x} + E_y(x,z)\overrightarrow{e_y}$ 

**QUESTION E - 5**: Quelle est la direction de  $\vec{E}$  au point O?

**Réponse a**:  $\vec{E}$  est orienté selon  $\overrightarrow{e_y}$  **Réponse b**:  $\vec{E}$  est orienté selon  $\overrightarrow{e_z}$  **Réponse c**:  $\vec{E}$  est orienté selon  $\overrightarrow{e_x}$ **Réponse d**:  $\vec{E} = \vec{0}$ 

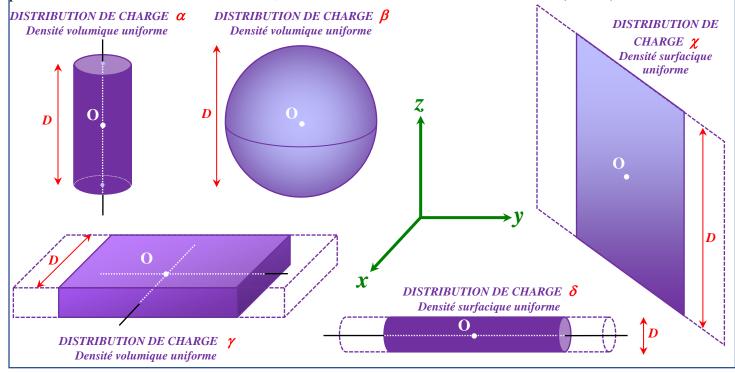
**QUESTION E - 6**: Quelle est l'expression de  $\vec{E}$  en un point M quelconque de l'axe (0x)?

**Réponse a**:  $\vec{E} = E_x(x)\vec{e_x}$  **Réponse b**:  $\vec{E} = E_y(x)\vec{e_y}$  **Réponse c**:  $\vec{E} = E_z(x)\vec{e_z}$ **Réponse d**:  $\vec{E} = \vec{0}$ 

#### **BLOC F: INVARIANCES**

## ÉNONCÉ BLOC F

On définit les distributions de charges (DDC) suivantes dont les caractéristiques et la géométrie figurent sur les schémas. Les pointillés ------ signifient que la distribution s'étend vers l'infini dans la direction correspondante. Pour chacune, le point O est situé au centre du système. La direction des axes est la même pour toutes les distributions schématisées, celle habituellement utilisée sur un schéma (en vert).



```
QUESTION F - 1: On peut affirmer concernant les différentes distributions de charges (ou DDC) :
```

**Réponse a** : La DDC  $\alpha$  est invariante par translation suivant (Oz) **Réponse b** : La DDC  $\beta$  est invariante par translation suivant (Ox) **Réponse c** : La DDC  $\delta$  est invariante par rotation autour de (Oy) **Réponse d** : La DDC  $\gamma$  est invariante par rotation autour de (Oz)

**QUESTION F - 2**: On peut affirmer concernant les différentes distributions de charges (ou DDC) :

**Réponse a** : La DDC  $\beta$  est invariante par rotation autour de (Ox) de (Oy) et de (Oz) **Réponse b** : La DDC  $\gamma$  est invariante par translation suivant (Ox) et suivant (Oy)

**Réponse c** : La DDC  $\delta$  est invariante par rotation autour de (Oz) **Réponse d** : La DDC  $\alpha$  est invariante par translation suivant (Oz)

QUESTION F - 3: On peut affirmer concernant les différentes distributions de charges (ou DDC):

**Réponse a** : La DDC  $\chi$  ne présente aucune invariance de translation **Réponse b** : La DDC  $\gamma$  est invariante par translation suivant (Oy) **Réponse c** : La DDC  $\alpha$  est invariante par rotation autour de (Oy) **Réponse d** : La DDC  $\delta$  est invariante par rotation autour de (Ox)

**OUESTION F - 4**: On peut affirmer concernant les différentes distributions de charges (ou DDC):

**Réponse a** : La DDC  $\chi$  est invariante par translation suivant (Oz) **Réponse b** : La DDC  $\gamma$  est invariante par translation suivant (Ox)

**Réponse c**: La DDC  $\delta$  est invariante par translation suivant (Oy) et par rotation autour de (Oy)

**Réponse d** : La DDC  $\alpha$  est invariante par rotation autour de (Oy)

**QUESTION F - 5**: On peut affirmer concernant les différentes distributions de charges (ou DDC):

**Réponse a** : La DDC  $\beta$  est invariante par translation suivant (Ox), (Oy) et (Oz)

**Réponse b**: La DDC  $\gamma$  est invariante par rotation autour de (Oz) **Réponse c**: La DDC  $\delta$  est invariante par rotation autour de (Ox) **Réponse d**: La DDC  $\alpha$  est invariante par rotation autour de (Oz)

**OUESTION F - 6**: On peut affirmer concernant les différentes distributions de charges (ou DDC):

**Réponse a** : La DDC  $\alpha$  est invariante par translation suivant (Oz) **Réponse b** : La DDC  $\gamma$  est invariante par translation suivant (Ox) **Réponse c** : La DDC  $\delta$  est invariante par rotation autour de (Oz)

**Réponse d**: La DDC  $\chi$  présente une invariance par translation mais pas selon un des axes (Ox), (Oy) ou (Oz)

## **BLOC G: CIRCULATION**

# ÉNONCÉ BLOC G

On considère un champ de vecteur noté  $\vec{F}$  tel que  $\overrightarrow{rot}\vec{F} = \vec{0}$ . O est le centre du repère et on note pour un point M quelconque  $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$ ,  $r = \|\overrightarrow{OM}\|$  et  $\overrightarrow{e_r} = \frac{\overrightarrow{OM}}{\|\overrightarrow{OM}\|}$ . A et B sont deux points d'une même droite passant par O et tels que  $\|\overrightarrow{OB}\| = 10 \|\overrightarrow{OA}\|$ .

**QUESTION G - 1**:  $\vec{F} = k\vec{r}$  avec k une constante négative et  $\|\overrightarrow{OA}\| = R$ . Que vaut la circulation de  $\vec{F}$  de A à B?

**Réponse a**:  $-99.k \frac{R^2}{2}$  **Réponse b**:  $k \ln 10$  **Réponse c**:  $-k \ln 10$ **Réponse d**:  $99.k \frac{R^2}{2}$ 

**QUESTION G - 2**:  $\vec{F} = \frac{k}{r} \vec{e_r}$  avec k une constante négative et  $\|\overrightarrow{OA}\| = R$ . Que vaut la circulation de  $\vec{F}$  de A à B?

**Réponse a**:  $-99.k \frac{R^2}{2}$  **Réponse b**:  $k \ln 10$  **Réponse c**:  $-k \ln 10$ **Réponse d**:  $99.k \frac{R^2}{2}$ 

QUESTION G - 3:  $\vec{F} = k \left( \frac{\vec{r}}{r} - \overrightarrow{e_r} \right)$  avec k une constante non nulle et  $\|\overrightarrow{OA}\| = R$ . Que vaut la circulation de  $\vec{F}$  de A à B?

**Réponse a**:  $-99.k \frac{R^2}{2}$  **Réponse b**:  $k \ln 10$  **Réponse c**: 0**Réponse d**:  $99.k \frac{R^2}{2}$ 

**QUESTION G - 4**:  $\vec{F} = -k\vec{r}$  avec k une constante positive et  $\|\overrightarrow{OA}\| = R$ . Que vaut la circulation de  $\vec{F}$  de A à B?

**Réponse a** :  $k \ln 10$  **Réponse b** :  $-99.k \frac{R^2}{2}$  **Réponse c** :  $-k \ln 10$ **Réponse d** :  $99.k \frac{R^2}{2}$ 

**QUESTION G - 5**:  $\vec{F} = -\frac{k}{r}\vec{e_r}$  avec k une constante positive et  $\|\overrightarrow{OA}\| = R$ . Que vaut la circulation de  $\vec{F}$  de A à B?

**Réponse a**:  $-99.k \frac{R^2}{2}$  **Réponse b**:  $k \ln 10$  **Réponse c**:  $-k \ln 10$ **Réponse d**:  $99.k \frac{R^2}{2}$ 

**QUESTION G - 6**:  $\vec{F} = k \left( \frac{\vec{r}}{r} + \overrightarrow{e_r} \right)$  avec k une constante et  $\| \overrightarrow{OA} \| = R$ . Que vaut la circulation de  $\vec{F}$  de A à B?

**Réponse a** : 0 **Réponse b** :  $2k \ln 10$  **Réponse c** : 18 k R**Réponse d** :  $9.kR^2$ 

## **BLOCH: OPERATEURS**

## ÉNONCÉ BLOC H

Dans ce qui suit, V est un champ scalaire,  $K_1$  une constante positive,  $K_2$  une constante négative et  $K_3$  une constante non nulle. Les formulaires donnés dans le cours ou les TD peuvent être utilisés ici si besoin.

```
QUESTION H - 1: V(x, y, z) = K_1 x + 2K_2 x^2 y + 3K_3 xyz exprimer div(\overline{grad}V):
                                  Réponse a : -2K_2 + 3K_3
                                  Réponse b : 3K_3
                                  Réponse c : 0
                                  Réponse d : 4K_2y
QUESTION H - 2: V(x, y, z) = \frac{K_1}{x} + \frac{K_2}{y} + \frac{K_3}{z} exprimer div(grad V):
                                  Réponse a: -\frac{K_1}{x^2} - \frac{K_2}{v^2} - \frac{K_3}{\sigma^2}
                                  Réponse b: 2\left(\frac{K_1}{x^3} + \frac{K_2}{y^3} + \frac{K_3}{z^3}\right)

Réponse c: 0

Réponse d: \frac{-2(K_3 + K_2 + K_1)}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}
QUESTION H - 3: V(x, y, z) = K_1 x^2 y + K_2 y z^2 + K_3 x^2 y exprimer div(grad V):
                                  Réponse a: 2(K_1 + K_2 + K_3)y

Réponse b: -2K_2 + K_3
                                  Réponse c : 2K_1
                                  Réponse d : 0
QUESTION H - 4: V(x, y, z) = \frac{K_1}{\sqrt{x}} + \frac{K_2}{\sqrt{y}} + \frac{K_3}{\sqrt{z}} exprimer div(grad V):
                                  Réponse a: -\frac{1}{2} \left( \frac{K_1}{x^{3/2}} + \frac{K_2}{y^{3/2}} + \frac{K_3}{z^{3/2}} \right)

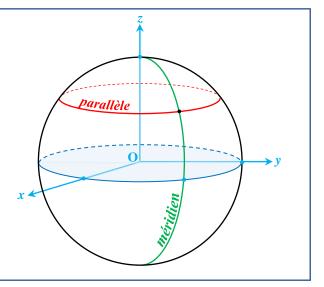
Réponse b: 0

Réponse c: \frac{3}{4} \left( \frac{K_1}{x^{5/2}} + \frac{K_2}{y^{5/2}} + \frac{K_3}{z^{5/2}} \right)
                                  Réponse d: K_1\sqrt{x} + K_2\sqrt{y} + K_3\sqrt{z}
QUESTION H - 5: V(x, y, z) = K_3 x y z + K_2 y z x + K_1 z x y exprimer div(grad V):
                                  Réponse a : 2(K_1 + K_2 + K_3)
                                  Réponse b : (K_3 + K_2 + K_1) \times (x + y + z)
                                  Réponse c: 0
                                  Réponse d : K_1 + K_2 + K_3
QUESTION H - 6: V(x, y, z) = K_1 \sqrt{x} + K_2 \sqrt{y} + K_3 \sqrt{z} exprimer div (grad V):
                                  Réponse a: \frac{1}{2} \left( \frac{K_1}{\sqrt{x}} + \frac{K_2}{\sqrt{y}} + \frac{K_3}{\sqrt{z}} \right)
                                  Réponse b: -\frac{1}{2} \frac{(K_3 + K_2 + K_1)}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}
Réponse c: 0
                                  Réponse d: -\frac{1}{4} \left( \frac{K_1}{x^{3/2}} + \frac{K_2}{v^{3/2}} + \frac{K_3}{z^{3/2}} \right)
```

#### BLOC I : DEPLACEMENT ELEMENTAIRE

# ÉNONCÉ BLOC I

On travaille en coordonnées sphériques habituelles, la position d'un point M étant donnée par  $(r, \theta, \varphi)$ . On définit par ailleurs sur une sphère différents chemin particuliers comme un parallèle (en rouge sur le schéma) ou un méridien (en vert sur le schéma). On souhaite calculer la circulation d'un champ de vecteurs quelconque entre deux points A et B.



QUESTION I - 1 : Les deux points A et B sont sur un même parallèle  $\mathcal{P}$  d'une sphère de centre O et de rayon R. Les coordonnées de A sont  $(R, \theta_A, \varphi_A)$ . Quel déplacement élémentaire doit-on utiliser pour calculer la circulation de A à B le long de  $\mathcal{P}$ ?

**Réponse a** :  $\overrightarrow{dl} = R \ d\varphi \ \overrightarrow{e_{\varphi}}$  **Réponse b** :  $\overrightarrow{dl} = R \ sin\theta_A \ d\varphi \ \overrightarrow{e_{\varphi}}$  **Réponse d** :  $\overrightarrow{dl} = R \ d\theta \ \overrightarrow{e_{\theta}}$ 

QUESTION I – 2: Les deux points A et B sont sur un même méridien  $\mathcal{M}$  d'une sphère de centre O et de rayon R. Les coordonnées de B sont  $(R, \theta_B, \varphi_B)$ . Quel déplacement élémentaire doit-on utiliser pour calculer la circulation de A à B le long de  $\mathcal{M}$ ?

Réponse a :  $\overrightarrow{dl} = R \ d\varphi \ \overrightarrow{e_{\varphi}}$ Réponse b :  $\overrightarrow{dl} = R \sin\varphi_B \ d\theta \ \overrightarrow{e_{\theta}}$ Réponse c :  $\overrightarrow{dl} = R \sin\theta_B \ d\varphi \ \overrightarrow{e_{\varphi}}$ Réponse d :  $\overrightarrow{dl} = R \ d\theta \ \overrightarrow{e_{\theta}}$ 

**QUESTION I – 3:** La droite (AB) passe par O. Les coordonnées de B sont notées  $(r_B, \theta_B, \varphi_B)$ . Quel déplacement élémentaire doiton utiliser pour calculer la circulation de A à B sur le segment [AB]?

**Réponse a**:  $\overrightarrow{dl} = dr \overrightarrow{e_r}$  **Réponse b**:  $\overrightarrow{dl} = r \sin\theta_B dr \overrightarrow{e_\theta}$  **Réponse c**:  $\overrightarrow{dl} = r \sin\theta_B dr \overrightarrow{e_\theta}$ 

QUESTION I – 4: Les deux points A et B sont diamétralement opposés sur une sphère de rayon R. Quel déplacement élémentaire doit-on utiliser pour calculer la circulation de A à B le long d'un méridien qui passe par ces deux points ?

**Réponse a**:  $\overrightarrow{dl} = R \sin\theta_A d\theta \overrightarrow{e_{\varphi}}$  **Réponse b**:  $\overrightarrow{dl} = dr \overrightarrow{e_r}$  **Réponse c**:  $\overrightarrow{dl} = R d\theta \overrightarrow{e_{\varphi}}$  **Réponse d**: inutile d'exp

**Réponse c** :  $\overrightarrow{dl} = R d\theta \overrightarrow{e_{\theta}}$ **Réponse d**: inutile d'exprimer  $\overrightarrow{dl}$  puisque la circulation sera nulle

**QUESTION I - 5**: Les deux points A et B sont confondus sur une sphère de centre O. Les coordonnées de A sont  $(R, \theta_A, \varphi_A)$ . Quel déplacement élémentaire doit-on utiliser pour calculer la circulation de A à B tout le long du parallèle qui passe par A?

QUESTION I – 6 : Les deux points B et B' sont diamétralement opposés sur une sphère de centre O et de rayon R. A est le milieu de BB'. Quel déplacement élémentaire doit-on utiliser pour calculer la circulation de A à B le long du segment [AB] ?

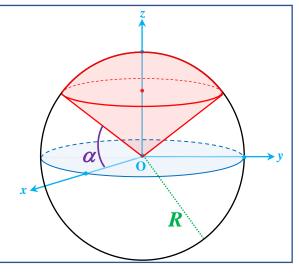
**Réponse b**:  $\overrightarrow{dl} = R d\theta \overrightarrow{e_{\theta}}$ **Réponse a**:  $\overrightarrow{dl} = R \sin \theta_A d\theta \overrightarrow{e_{\varphi}}$ 

**Réponse c**:  $\overrightarrow{dl} = dr \overrightarrow{e_r}$ **Réponse d**: inutile d'exprimer  $\overrightarrow{dl}$  puisque la circulation sera nulle

### **BLOC J: VOLUMES**

# ÉNONCÉ BLOC J

On travaille en coordonnées sphériques habituelles, la position d'un point M étant donnée par  $(r, \theta, \varphi)$ . On a représenté cicontre une sphère de rayon R et de centre O, dans laquelle on identifie un "cornet de glace" représenté en rouge.



**QUESTION J - 1**: On note  $H = R \cos \alpha$ . Quelle expression permet de calculer le volume correspondant au cornet de glace ?

**Réponse a**:  $\int_{r=0}^{H} \int_{\theta=0}^{\alpha} \int_{\varphi=0}^{2\pi} r^2 . \sin\theta . dr . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse b**:  $R^2 \int_{\theta=0}^{\alpha} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \sin\theta . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse c**:  $R^2 \int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{\varphi=0}^{\frac{\pi}{2}-\alpha} \sin\theta . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse d**:  $\int_{r=0}^{R} \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}-\alpha} \int_{\varphi=0}^{2\pi} r^2 . \sin\theta . dr. d\theta . d\varphi$ 

**Réponse e** :  $\int_{r=0}^{R-H} \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}-\alpha} \int_{\varphi=0}^{\pi} r^2 . \sin\theta . dr . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse f**:  $H^2 \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}-\alpha} \int_{\phi=0}^{\pi} \sin\theta . d\theta . d\phi$ 

QUESTION J – 2: On note  $D = R - R \cos \alpha$ . Quelle expression permet de calculer le volume correspondant au cornet de glace?

**Réponse a**:  $R^2 \int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{\varphi=0}^{\alpha} \sin\theta . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse b**:  $D^2 \int_{\theta=0}^{\alpha} \int_{\varphi=0}^{\pi} \sin\theta . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse c** :  $\int_{r=0}^{R-D} \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}-\alpha} \int_{\varphi=0}^{2\pi} r^2 . \sin\theta . dr . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse d**:  $\int_{r=0}^{D} \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}-\alpha} \int_{\varphi=0}^{\pi} r^2 . \sin\theta . dr . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse e** :  $\int_{r=0}^{R} \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}-\alpha} \int_{\varphi=0}^{2\pi} r^2 . \sin\theta . dr . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse f**:  $R^2 \int_{\theta=0}^{\alpha} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \sin\theta . d\theta . d\varphi$ 

**QUESTION J – 3:** On note  $L = R \sin \alpha$ . Quelle expression permet de calculer le volume correspondant au cornet de glace?

**Réponse a**:  $\int_{r=0}^{R} \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}-\alpha} \int_{\varphi=0}^{2\pi} r^2 . \sin\theta . dr . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse b**:  $R^2 \int_{\theta=0}^{\alpha} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \sin\theta . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse c**:  $R^2 \int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{\omega=0}^{\alpha} \sin\theta . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse d** :  $L^2 \int_{\theta=0}^{\alpha} \int_{\alpha=0}^{\pi} \sin\theta . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse e** :  $\int_{r=0}^{R-L} \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}-\alpha} \int_{\omega=0}^{\pi} r^2 \cdot \sin\theta \cdot dr \cdot d\theta \cdot d\varphi$ 

**Réponse f**:  $\int_{r=0}^{L} \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}-\alpha} \int_{\theta=0}^{2\pi} r^2 \cdot \sin\theta \cdot dr \cdot d\theta \cdot d\varphi$ 

**QUESTION J** – 4: On note  $H = R - R \sin \alpha$ . Quelle expression permet de calculer le volume correspondant au cornet de glace?

**Réponse a** :  $\int_{r=0}^{R-H} \int_{\theta=0}^{\alpha} \int_{\varphi=0}^{2\pi} r^2 \cdot \sin\theta \cdot dr \cdot d\theta \cdot d\varphi$ 

**Réponse b**:  $\int_{r=0}^{H} \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}-\alpha} \int_{\varphi=0}^{\pi} r^2 . \sin\theta . dr. d\theta . d\varphi$ 

**Réponse c**:  $\int_{r=0}^{R} \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}-\alpha} \int_{\varphi=0}^{2\pi} r^2 . \sin\theta . dr . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse d**:  $R^2 \int_{\theta=0}^{\alpha} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \sin\theta . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse e**:  $R^2 \int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{\varphi=0}^{\alpha} \sin\theta . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse f**:  $H^2 \int_{\theta=0}^{\alpha} \int_{\varphi=0}^{\pi} \sin\theta . d\theta . d\varphi$ 

**QUESTION J - 5**: On note  $L = R \cos \alpha$ . Quelle expression permet de calculer le volume correspondant au cornet de glace?

**Réponse a** :  $R^2 \int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{\varphi=0}^{\alpha} \sin\theta . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse b**:  $\int_{r=0}^{R} \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}-\alpha} \int_{\varphi=0}^{2\pi} r^2 . \sin\theta . dr. d\theta . d\varphi$ 

**Réponse c** :  $\int_{r=0}^{R-L} \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}-\alpha} \int_{\varphi=0}^{\pi} r^2 \cdot \sin\theta \cdot dr \cdot d\theta \cdot d\varphi$ 

**Réponse d** :  $L^2 \int_{\theta=0}^{\alpha} \int_{\omega=0}^{\pi} \sin\theta . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse e** :  $\int_{r=0}^{L} \int_{\theta=0}^{\alpha} \int_{\omega=0}^{2\pi} r^2 . \sin\theta . dr . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse f**:  $R^2 \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}-\alpha} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \sin\theta . d\theta . d\varphi$ 

**QUESTION J** – 6: On note  $D = R \sin \alpha$ . Quel est le volume correspondant au cornet de glace?

**Réponse a**:  $\int_{r=0}^{D} \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}-\alpha} \int_{\varphi=0}^{2\pi} r^2 . \sin\theta . dr . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse b**:  $R^2 \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}-\alpha} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \sin\theta . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse c**:  $R^2 \int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{\phi=0}^{\alpha} \sin\theta . d\theta . d\phi$ 

**Réponse d**:  $D^2 \int_{\theta=0}^{\alpha} \int_{\omega=0}^{\pi} \sin\theta . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse e** :  $\int_{r=0}^{R-D} \int_{\theta=0}^{\alpha} \int_{\varphi=0}^{\pi} r^2 . \sin\theta . dr . d\theta . d\varphi$ 

**Réponse f**:  $\int_{r=0}^{R} \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}-\alpha} \int_{\varphi=0}^{2\pi} r^2 . \sin\theta . dr. d\theta . d\varphi$ 

## **BLOC K: CIRCULATION BONUS**

# ÉNONCÉ BLOC K

On considère un champ de vecteur noté  $\vec{V}$  exprimé en coordonnées cartésiennes. On note  $\mathcal{C}$  La circulation de ce champ de vecteur sur le segment [IF] joignant les points I et F de coordonnées respectives  $(x_I, y_I, 0)$  et  $(x_F, y_F, 0)$ .

**QUESTION K - 1**:  $\vec{V} = -\frac{A}{x^3}(\vec{e_x} + \vec{e_z})$  où A est une constante. C a pour expression :

**Réponse a**: 
$$C = \frac{A}{4} \left( \frac{1}{x_F^4} - \frac{1}{x_I^4} \right)$$

**Réponse b** : 
$$C = 0$$

**Réponse c**: 
$$C = \frac{A}{2} \left( \frac{1}{x_F^2} - \frac{1}{x_I^2} \right)$$

**Réponse d**: 
$$C = \frac{A}{2} \left( \frac{1}{x_I^2} - \frac{1}{x_F^2} \right)$$

**QUESTION K - 2**:  $\vec{V} = \frac{A}{v^3} (\vec{e_y} - \vec{e_z})$  où A est une constante. C a pour expression :

**Réponse a** : 
$$C = \frac{A}{4} \left( \frac{1}{y_I^4} - \frac{1}{y_F^4} \right)$$

**Réponse b** : 
$$C = 0$$

**Réponse c**: 
$$C = \frac{A}{2} \left( \frac{1}{y_F^2} - \frac{1}{y_I^2} \right)$$

**Réponse d**: 
$$C = \frac{A}{2} \left( \frac{1}{v_I^2} - \frac{1}{v_F^2} \right)$$

**QUESTION K - 3**:  $\vec{V} = \frac{A}{x^3} (\vec{e_x} - \vec{e_z})$  où A est une constante. C a pour expression :

**Réponse a**: 
$$C = \frac{A}{4} \left( \frac{1}{r_1^4} - \frac{1}{r_E^4} \right)$$

**Réponse b** : 
$$C = 0$$

**Réponse c**: 
$$C = \frac{A}{2} \left( \frac{1}{x_F^2} - \frac{1}{x_I^2} \right)$$

**Réponse d**: 
$$C = \frac{A}{2} \left( \frac{1}{x_I^2} - \frac{1}{x_F^2} \right)$$

**QUESTION K - 4**:  $\vec{V} = \frac{A}{y^3} (\vec{e_y} + \vec{e_z})$  où A est une constante. C a pour expression :

**Réponse a**: 
$$C = \frac{A}{4} \left( \frac{1}{y_I^4} - \frac{1}{y_F^4} \right)$$

**Réponse b** : 
$$C = 0$$

**Réponse c**: 
$$C = \frac{A}{2} \left( \frac{1}{y_F^2} - \frac{1}{y_I^2} \right)$$

**Réponse d**: 
$$C = \frac{A}{2} \left( \frac{1}{v_I^2} - \frac{1}{v_F^2} \right)$$

**QUESTION K - 5**:  $\vec{V} = \frac{A}{x^3} (\vec{e_x} + \vec{e_z})$  où A est une constante. C a pour expression :

**Réponse a**: 
$$C = \frac{A}{4} \left( \frac{1}{x_I^4} - \frac{1}{x_F^4} \right)$$

**Réponse b** : 
$$C = 0$$

**Réponse c**: 
$$C = \frac{A}{2} \left( \frac{1}{x_F^2} - \frac{1}{x_I^2} \right)$$

**Réponse d**: 
$$C = \frac{A}{2} \left( \frac{1}{x_I^2} - \frac{1}{x_F^2} \right)$$

**QUESTION K - 6**:  $\vec{V} = -\frac{A}{v^3}(\vec{e_y} - \vec{e_z})$  où A est une constante. C a pour expression :

**Réponse a**: 
$$C = \frac{A}{4} \left( \frac{1}{y_I^4} - \frac{1}{y_F^4} \right)$$

**Réponse b** : 
$$C = 0$$

**Réponse c**: 
$$C = \frac{A}{2} \left( \frac{1}{y_F^2} - \frac{1}{y_I^2} \right)$$

**Réponse d**: 
$$C = \frac{A}{2} \left( \frac{1}{y_I^2} - \frac{1}{y_F^2} \right)$$